السؤال الأول

إذا كانت د(س)= س^{٣} + أس^{٢} + ب س + ٤ حيث أ ، ب ثابتان أوجد قيمتي أ ، ب إذا كان للدالة د قيمة صغرى محلية عند س = ٢ ونقطة انقلاب عند س = ١

========== الحل ==========

د$'$ (س) =٣س^{٢} + ٢أس + ب ، د$''$(س) =٦س + ٢أ ∵ عند س=١ نقطة انقلاب

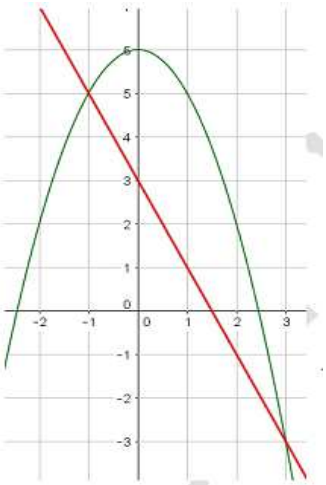
∴ د$''$(١) = ٠ ∴ أ = -٣ ، ∵ س=٢ قيمة صغرى ∴ د$'$ (٢) = ٠

∴ ٣×٤+٢×-٣×٢+ب=٠ ∴ ب = ٠

السؤال الثانى

أوجد مساحة المنطقة المستوية المحصورة بين المنحنيين ص + س^{٢} = ٦ ، ص + ٢س – ٣ = ٠

========== الحل ==========



ص = ٦- س^{٢} ، ص =٣-٢س

نوجد نقاط التقاطع ∴ ٦-س^{٢} = ٣-٢س

∴ س^{٢} -٢س – ٣ = ٠ ∴ س=-١ ، س=٣

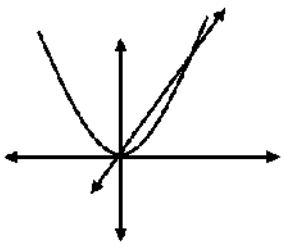
المساحة المحصورة = $\left|\int_{-١}^{٣}(٦-س^{٢})-(٣-٢س)\,ds\right|$

$= \left|\int_{-١}^{٣}(٣+٢س-س^{٢})\,ds\right| = \left|\left[٣س+س^{٢}-\frac{١}{٣}س^{٣}\right]_{-١}^{٣}\right| = \frac{٣٢}{٣}$

السؤال الثالث

اوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى ص = س^{٢} والمستقيم ص = ٢س

========== الحل ==========



نقط التقاطع ∴ س^{٢} =٢س ∴ س=٠ ، ٢ ، بوضع ص=٠ ∴ س =٠

∴ ح = $\left|\pi\int_{٠}^{٢}(س^{٤}-٤س^{٢})\,ds\right| = \pi\frac{٦٤}{١٥}$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الرابع

إذا كان س ص = حا٢س فأثبت أن س ص$''$ + ٢ص$'$ + ٤ س ص = ٠

========== الحل ==========

س ص = حا٢س (باشتقاق الطرفين بالنسبة الى س)

س ص$'$ + ص = ٢ حتا ٢س

س ص$''$ + ص$'$ + ص$'$ = - ٤ حا٢س

س ص$''$ + ص$'$ + ص$'$ = - ٤ س ص

س ص$''$ + ٢ص$'$ +٤ س ص = ٠

السؤال الخامس

عين فترات التحدب لأعلى وفترات التحدب لأسفل ونقط الانقلاب (ان وجدت) لمنحنى الدالة د :

$$د(س) = (س - ١)^{٤} + ٣$$

========== الحل ==========

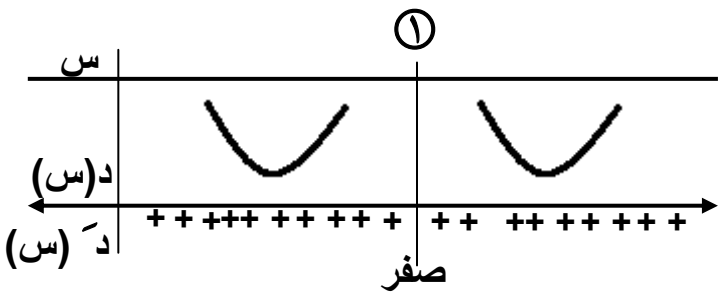
د$'$ (س) = ٤(س-١)^{٣}

د$''$ (س) = ١٢ (س-١)^{٢}

بوضع د$''$(س) = ٠ ∴ س = ١

المنحنى محدب لأسفل في الفترتين

] - ∞ ، ١ [،] ١ ، ∞ [وليس له نقطة انقلاب



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال السادس

عين القيم القصوى المطلقة للدالة د في الفترة [٠ ، ٢] حيث د(س) = $٣\sqrt{٤ - س^{٢}}$

========== الحل ==========

تذكر أن : مشتقة دالة الجذر التربيعي = $\frac{\text{مشتقة ما بداخل الجذر}}{٢ \text{ الجذر}}$

$د'(س) = ٣ \times \frac{-٢س}{٢\sqrt{٤ - س^{٢}}} = \frac{-٣س}{\sqrt{٤ - س^{٢}}}$

د' (س) = ٠ عندما س = ٠ ، ٠ ∋ [٠ ، ٢]

د' (س) غير معرفة عندما س = ٢ ، س = -٢

خدبالك : ٢ ∋ [٠ ، ٢] بينما -٢ ∌ [٠ ، ٢]

د(٠) = ٦ ، د(٢) = ٠

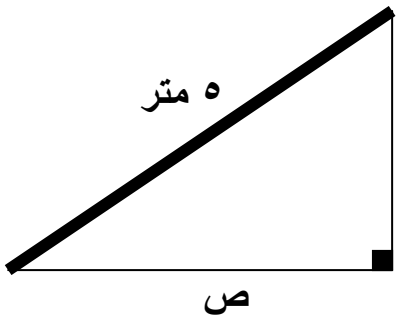
الدالة لها قيمة عظمى مطلقه هي ٦ وذلك عند س = ٠ ولها قيمة صغرى مطلقة وذلك عند س = ٢

السؤال السابع

قضيب طوله ٥ أمتار مثبت بمفصل في الأرض عند أحد طرفيه ، فإذا رُفع طرفه الآخر رأسياً إلى أعلى بوسطة ونش بمعدل ١ متر / دقيقة . أوجد معدل تناقص طول مسقط القضيب على الأرض عندما يكون ارتفاع هذا الطرف ٣ أمتار

========== الحل ==========

$\frac{ﻫ س}{ﻫ ن} = ١$ م / د



من هندسة الشكل $س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥$ باشتقاق الطرفين بالنسبة للزمن

عندما س = ٣ ، من العلاقة السابقة يكون ص = ٤

$٢س \frac{ﻫ س}{ﻫ ن} + ٢ص \frac{ﻫ ص}{ﻫ ن} = ٠$

$٢ \times ٣ \times ١ + ٨ \frac{ﻫ ص}{ﻫ ن} = ٠$

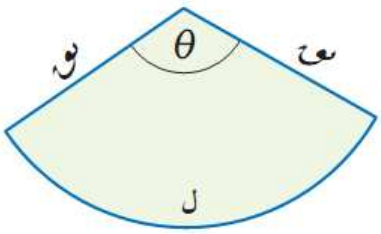
$٦ + ٨ \frac{ﻫ ص}{ﻫ ن} = ٠$ ∴ $\frac{ﻫ ص}{ﻫ ن} = -\frac{٣}{٤}$ متر / د

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الثامن

اذا كان محيط قطاع دائري = ١٢ سم فأوجد قياس زاوية القطاع الذى يجعل مساحته أكبر ما يمكن

========== الحل ==========



تذكرأن : محيط القطاع الدائري = ٢نق + ل

مساحة القطاع الدائري = $\frac{1}{2}$ نق ل

∵ محيط القطاع = ٢نق + ل ∴ ل = ١٢ - ٢نق ⇐ (١) ،

مساحة القطاع = $\frac{1}{2}$ ل × نق = $\frac{1}{2}$ نق (١٢ - ٢نق) = ٦نق – نق^{٢} بالاشتقاق بالنسبة لـ نق

∴ $\frac{ك م}{ك نق}$ = ٦ – ٢نق ، $\frac{ك^{٢}م}{ك نق^{٢}}$ = –٢ < ٠ ، بوضع $\frac{ك م}{ك نق}$ = ٠ ∴ نق = ٣ قيمة عظمى

∴ أكبر مساحة عند نق = ٣ ، ل = ١٢ - ٢ × ٣ = ٦ سم ∴ $\theta^{ك}$ = $\frac{ل}{نق}$ = $\frac{٦}{٣}$ = ٢^{ك}

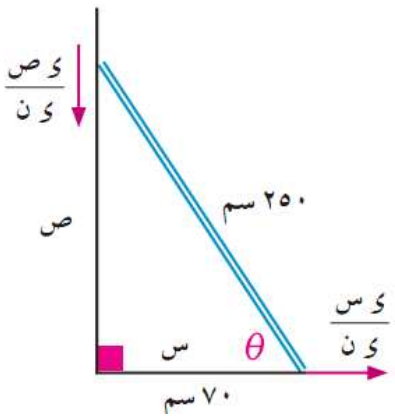
السؤال التاسع

يستند سلم طوله ٢٥٠ سم على حائط رأسي ، فإذا انزلق الطرف العلوى للسلم الى أسفل الحائط بمعدل ١٠سم / ث عندما يكون الطرف السفلى للسلم على بعد ٧٠ سم من الحائط أوجد

(١) معدل انزلاق الطرف السفلى للسلم

(٢) معدل تغير قياس الزاوية بين السلم والأرض

========== الحل ==========



نفرض أن س هي المسافة بين الطرف السفلى للسلم والحائط الرأسي

نفرض أن ص هي المسافة بين الطرف العلوى للسلم والحائط الرأسي

من نظرية فيثاغورث س^{٢} + ص^{٢} = (٢٥٠)^{٢} ـــ ← (١)

باشتقاق طرفي المعادلة بالنسبة للزمن

٢س $\frac{ك س}{ك ن}$ + ٢ص $\frac{ك ص}{ك ن}$ = ٠ (÷٢)

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

س $\frac{\text{د س}}{\text{د ن}}$ + ص $\frac{\text{د ص}}{\text{د ن}}$ = ٠ (٢)

وهذا يعنى أن الطرف العلوى ينزلق $\frac{\text{د ص}}{\text{د ن}}$ = - ١٠ سم / ث

عند س = ٧٠ بالتعويض فى المعادلة (١)

∴ ص = ٢٤٠

بالتعويض في (٢) ∴ $\frac{\text{د س}}{\text{د ن}}$ = $\frac{٢٤٠}{٧}$ سم / ث (أولاً)

نفرض أن θ قياس زاوية ميل السلم على الأرض

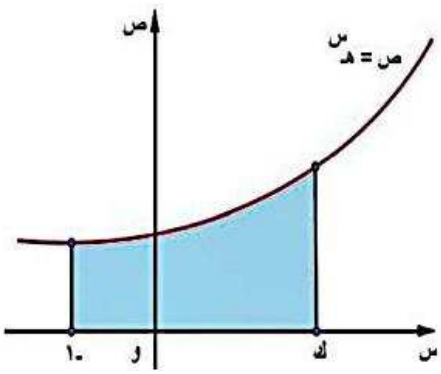
حا θ = $\frac{\text{ص}}{٢٥٠}$ باشتقاق الطرفين بالنسبة الى ن

حتا θ $\frac{\text{د}\theta}{\text{د ن}}$ = $\frac{١}{٢٥٠}$ $\frac{\text{د ص}}{\text{د ن}}$ ⟵ $\frac{٧٠}{٢٥٠}$ × $\frac{\text{د}\theta}{\text{د ن}}$ = $\frac{١}{٢٥٠}$ × - ١٠

$\frac{\text{د}\theta}{\text{د ن}}$ = - $\frac{١}{٧}$ $^{\text{د}}$ / ث

أى أن قياس الزاوية يتناقص بمعدل $\frac{١}{٧}$ زاوية نصف قطرية / ث

السؤال العاشر



في الشكل المقابل :
اذا كان حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المظللة
دورة كاملة حول محور السينات
والمستقيم س = - ١ ، س = ك
تساوي $\frac{\pi}{٢}$ (هـ^{١٠} − هـ$^{-٢}$) وحدة مكعبة
. أوجد قيمة ك .

========== الحل ==========

حجم الجزء الناشئ من الدوران حول محور السينات = $\pi \int_{-١}^{ك}$ ص^{٢} وس

$\frac{\pi}{٢}$ (هـ^{١٠} − هـ$^{-٢}$) = $\pi \int_{-١}^{ك}$ هـ^{٢س} . وس ⟵ $\frac{١}{٢}$(هـ^{١٠} − هـ$^{-٢}$) = $\frac{١}{٢}$ [هـ^{٢س}]$_{-١}$

(هـ^{١٠} − هـ$^{-٢}$) = (هـ^{٢ك} − هـ$^{-٢}$) ⟵ (هـ^{١٠} = هـ^{٢ك}) ⟵ ك = ٥

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الحادي عشر

أوجد معادلة المماس والعمودي للمنحنى ٢ + لو$_{هـ}$ ص . لو$_{هـ}$ س = س^{٢} + ص عند النقطة التي احداثيها السيني = ١

========== الحل ==========

٢ + لو$_{هـ}$ ص . لو$_{هـ}$ س = س^{٢} + ص بالتعويض عن س بـ (١)

٢ + صفر = ١ + ص

ص = ١ ∴ نقطة التماس (١ ، ١)

بالاشتقاق بالنسبة الى س

لو$_{هـ}$ ص × $\frac{١}{س}$ + لو$_{هـ}$ س × $\frac{١}{ص}$ × $\frac{ء ص}{ء س}$ = ٢س + $\frac{ء ص}{ء س}$

عن النقطة (١ ، ١)

صفر = ٢ × ١ + $\frac{ء ص}{ء س}$ ⟵ $\frac{ء ص}{ء س}$ = -٢

ميل المماس = -٢ وميل العمودي عليه = $\frac{١}{٢}$

معادلة المماس هي	معادلة العمودى
ص – ص$_{١}$ = م (س – س$_{١}$)	ص – ص$_{١}$ = م(س – س$_{١}$)
ص-١ = -٢(س – ١)	ص – ١ = $\frac{١}{٢}$ (س – ١)
٢س + ص – ٣ = ٠	س – ٢ص + ١ = ٠

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الثاني عشر

أوجد مشتقة $\sqrt{٨س^{٢}+٥}$ بالنسبة الى $\frac{س}{س+٢}$ عند س = ٢

========== الحل ==========

نفرض ص = $\sqrt{٨س^{٢}+٥}$ ، ع = $\frac{س}{س+٢}$

∴ المطلوب $\frac{ء ص}{ء ع}$

$$\frac{ء ص}{ء ع} = \frac{ء ص}{ء س} \div \frac{ء ع}{ء س}$$

$$\frac{ء ص}{ء س} = \frac{٢س}{\sqrt{٨س^{٢}+٥}}$$ بالتعويض عن س بـ ٢ ⟵ $\frac{ء ص}{ء س} = \frac{٢}{٣}$

$$\frac{ء ع}{ء س} = \frac{س+٢-س}{(س+٢)^{٢}} = \frac{٢}{(س+٢)^{٢}}$$ بالتعويض عن س بـ ٢ ⟵ $\frac{ء ع}{ء س} = \frac{١}{٨}$

$$\frac{ء ص}{ء ع} = \frac{٢}{٣} \div \frac{١}{٨} = ٥\frac{١}{٣}$$

السؤال الثاني عشر

إذا كان د(س) + د َ (س) + د ً(س) = س^{٣} + ٧س^{٢} + ٩س – ٢ أوجد د(س)

========== الحل ==========

نفرض د(س) حسب أكبر درجة موجودة في الطرف الأيسر

نفرض د(س) = أس^{٣} + ب س^{٢} + حـ س + د .....(١)

د َ (س)= ٣أس^{٢} + ٢ب س + حـ .....(٢)

د ً(س) = ٦أس + ٢ب .....(٣)بجمع (١) ، (٢) ، (٣)

د(س) + د َ (س) + د ً(س) = أس^{٣} + (٣أ + ب)س^{٢} + (٦أ + ٢ب + حـ) س + حـ + د .....(٥)

د(س) + د َ (س) + د ً(س) = س^{٣} + ٧س^{٢} + ٩س – ٢ .....(٦)

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

بمقارنة معاملات المعادلتين (٥) ، (٦)

∴ م = ١ ، ٣م + ب = ٧ ← ٣ + ب = ٧ ← ب = ٤

٦م + ٢ب + حـ = ٩

٦ + ٨ + حـ = ٩ ← حـ = - ٥

حـ + د = -٢

-٥ + د = -٢ ← د = ٣

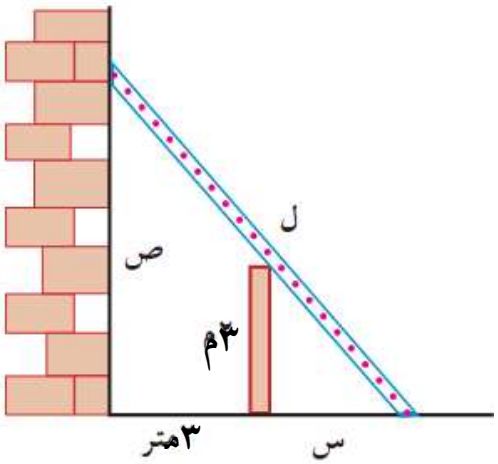
∴ د(س) = س^{٣} + ٤س^{٢} – ٥س + ٣

السؤال الثالث عشر

جدار ارتفاعه ٣ متر ويبعد ٣متر عن أحد المنازل . أوجد طول أقصر سلم يصل من الأرض الى المنزل مرتكزاً على الجدار

========== الحل ==========

نفرض طول السلم = ل ، ارتفاع قمة السلم عن الأرض = ص ، بُعد طرف السلم السفلى عن الجدار = س



من نظرية فيثاغورث ل^{٢} = (س + ٣)^{٢} + ص^{٢}

من تشابه المثلثين الأصغر والأكبر نجدأن $\frac{ص}{٢} = \frac{س + ٣}{س}$

ص = ٣ + ٩س$^{-١}$

ص$'$ = $\frac{-٩}{س^{٢}}$

ل^{٢} = ص^{٢} + (س + ٣)^{٢}

٢ل × ل$'$ = ٢ص × ص$'$ + ٢(س + ٣)

٢ل ل$'$ = ٢ (س+٣) + ٢(٣ + $\frac{٩}{س}$) ($\frac{-٩}{س^{٢}}$) = ٢(س+٣)+ ٦ (س+٣) ($\frac{-٩}{س^{٣}}$)

٢ ل ل$'$ = ٢ (س+٣)(١ - $\frac{٢٧}{س^{٣}}$) بوضع ل$'$ = ٠ نجدأن س = - ٣(مرفوض) أو س = ٣

ثم اكمل الحل

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الرابع عشر

ارسم شكلاً عاماً لمنحنى الدالة المتصلة د الذى يحقق الخواص الآتية

(١) د(٠) = ٣

(٢) دَ (٢) = دَ (-٢) = ٠

(٣) دَ (س) < ٠ عندما -٢ < س < ٢

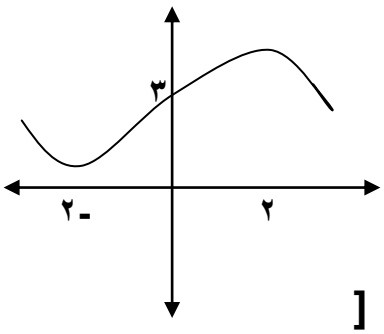
(٤) دَّ (س) < ٠ عندما س > ٠ ، دَّ (س)> ٠ عندما س< ٠

========== الحل ==========

∵ د(٠) = ٣ ∴ النقطة (٠،٣) تنتمى لمنحنى الدالة

∵ دَ (٢) = دَ (-٢) = ٠

∴ للمنحنى نقط حرجه عند س = ٢ ، س = -٢



وعند هاتين النقطتين المماس يوازى محور السينات

دَ (س) < ٠ عندما -٢ < س < ٢ الدالة تزايديه في الفترة] -٢ ، ٢ [

دَّ (س) < ٠ عندما س > ٠ المنحنى محدب لأعلى عندما س > ٠

دَّ (س) > ٠ عندما س < ٠ المنحنى محدب لأسفل عندما س < ٠

وبالتالى النقطة (٠، ٣) هى نقطة انقلاب

السؤال الخامس عشر

إذا كانت د دالة متصلة على ح $\int_{٣}^{٤}$ د(س) . ءس = ٣ ، $\int_{٣}^{٥}$ د(س) . ءس = ٤ فأوجد $\int_{٥}^{٤}$ د(س) . ءس

========== الحل ==========

$\int_{٤}^{٥}$ د(س) .ءس = $\int_{٣}^{٥}$ د(س) . ءس - $\int_{٣}^{٤}$ د(س) . ءس = ٤ – ٣ = ١

$\int_{٥}^{٤}$ د(س). ءس = -١

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال السادس عشر

إذا كان ميل العمودي على المماس لمنحنى الدالة د(س) هو $\frac{١}{٣ - ٣س^{٢}}$ فأوجد القيم العظمى والصغرى المحلية لمنحنى الدالة د ونقط الانقلاب ان وجدت علماً بأن المنحنى يمر بالنقطة (-٢ ، -١)

========== الحل ==========

∵ ميل العمودي = $\frac{١}{٣ - ٣س^{٢}}$

∴ ميل المماس = -(٣ – ٣س^{٢}) = ٣س^{٢} – ٣

د(س) = $\int$ (٣س^{٢} – ٣) . ءس = س^{٣} – ٣س + ث

المنحنى يمر بالنقطة (-٢ ، -١)

-١ = -٨ + ٦ + ث ∴ ث = ١

د(س) = س^{٣} – ٣س + ١

دَ (س) = ٣س^{٢} – ٣ ، دً (س) = ٦س

نضع دَ (س) = ٠

∴ س = ± ١

دً (١) = ٦ > ٠ دً (-١) = -٦ < ٠

عند س = ١ صغرى محلية
د(١) = ١ – ٣ + ١ = -١

عند س = -١ عظمى محلية
د(-١) = -١ + ٣ + ١ = ٣

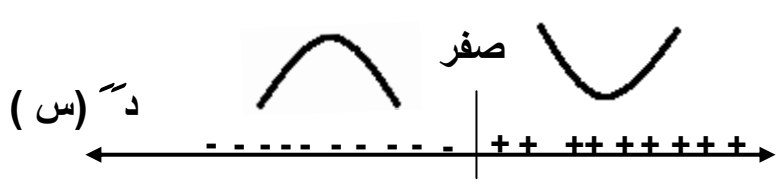
(١ ، -١) نقطة صغرى محلية (-١ ، ٣) نقطة عظمى محلية

بوضع دً (س) = ٠ نجد أن س = ٠

المنحنى محدب لأعلى فى الفترة] – ∞ ، ٠ [

ومحب لأسفل فى الفترة] ٠ ، ∞ [

النقطة (٠ ، ١) هى نقطة انقلاب



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤل السابع عشر

إذا كان ص = س س فأثبت أن ص'' = ص (١ + لو$_{هـ}$ س)^{٢} + س س$^{-١}$

========== الحل ==========

ص = س ^{س} بأخذ لو$_{هـ}$ للطرفين

لو$_{هـ}$ ص = لو$_{هـ}$ س ^{س} ⟵ لو$_{هـ}$ ص = س لو$_{هـ}$ س

باشتقاق الطرفين بالنسبة الى س

$\frac{١}{ص}$ × ص' = س × $\frac{١}{س}$ + لو$_{هـ}$ س

$\frac{ص'}{ص}$ = ١ + لو$_{هـ}$ س

ص' = ص (١ + لو$_{هـ}$ س) نشتق الطرفين مرة أخرى بالنسبة الى س ..... (١)

ص'' = ص × $\frac{١}{س}$ + ص' (١ + لو$_{هـ}$ س)

ص'' = س ^{س} × س $^{-١}$ + ص' (١ + لو$_{هـ}$ س) .....(٢) بالتعويض من(١) فى(٢)

ص'' = س س $^{-١}$ + ص (١ + لو$_{هـ}$ س) (١ + لو$_{هـ}$ س)

ص'' = س س $^{-١}$ + ص (١ + لو$_{هـ}$ س)^{٢}

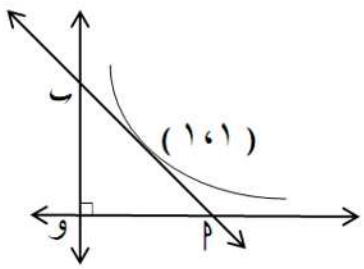
موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الثامن عشر :

اثبت ان مساحة المثلث المحصور بين المماس للمنحنى ص = $\frac{1}{س}$ حيث س > ٠

عند النقطة (١،١) الواقعة عليه ومحور السينات ومحور الصادات تساوي ٢ ٠

========== الحل ==========



م) ∵ ص = $\frac{1}{س}$

∴ $\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{-1}{س^2}$

وميل المماس عند النقطة (١،١) = -١

ومعادلته

$\frac{ص - ص_1}{س - س_1}$ = م ← $\frac{ص - 1}{س - 1}$ = -١

∴ ص - ١ = - س + ١ أي أن [ص + س = ٢]

ونقطتي تقاطع المستقيم مع المحورين هما م (٢،٠) ، ب (٠،٢)

∴ م Δ م و ب = $\frac{1}{2}$ × ٢ × ٢ = ٢ وحدة مربعة

السؤال التاسع عشر

إذا كانت ص = س حتاس فأثبت أن ص'' دالة فردية

========== الحل ==========

ص' = حتاس + س × - حاس = حتاس – س حاس

ص'' = - حاس – (س حتاس + حاس)

ص'' = - حاس – س حتاس – حاس = - ٢حاس – س حتاس

د'' (- س) = -٢ حا (- س) – (- س × حتا (- س))

= ٢ حاس + س حتاس = - د'' (س)

∴ ص'' دالة فردية

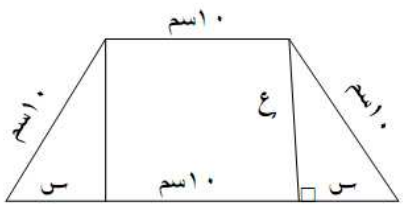
موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال العشرون

شبه منحرف طول كل من قاعدته الصغرى وكل من ضلعيه الجانبيين ١٠سم ٠

عين طول قاعدته الكبرى الموازية للقاعدة الصغرى بحيث تكون المساحة أكبر مايمكن٠

========== الحل ==========



$\because ع^{٢} = ١٠٠ - س^{٢}$

$\therefore ع = (١٠٠ - س^{٢})^{\frac{١}{٢}}$

م شبه المنحرف $= \frac{١٠ + (١٠ + ٢س)}{٢} \times ع$

$= (١٠ + س) ع$

$= (١٠ + س)(١٠٠ - س^{٢})^{\frac{١}{٢}}$

$\frac{ق م}{ق س} = (١٠٠ - س^{٢})^{\frac{١}{٢}} + (١٠ + س) \times \frac{١}{٢}(١٠٠ - س^{٢})^{\frac{-١}{٢}} \times -٢س$

$= (١٠٠ - س^{٢})^{\frac{١}{٢}} - \frac{س^{٢} + ١٠س}{(١٠٠ - س^{٢})^{\frac{١}{٢}}} = \frac{١٠٠ - س^{٢} - س^{٢} - ١٠س}{(١٠٠ - س^{٢})^{\frac{١}{٢}}}$

$\therefore$ صفر $= \frac{-٢س^{٢} - ١٠س + ١٠٠}{(١٠٠ - س^{٢})^{\frac{١}{٢}}}$

$\leftarrow$ صفر $= -٢(س^{٢} + ٥س - ٥٠)$

$\therefore س = -١٠$ (مرفوض) ، $س = ٥$

أي أن طول القاعدة الكبرى $= ٢٠$ سم

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الحادي والعشرون

أوجد (i) $\int س^{٨} \left(\frac{٢}{س} + \frac{٣}{س^{٢}} \right)^{٤}$ و س

(ii) $\int ٤ \text{ حا}^{٢} \frac{س}{٢} \text{ حتا}^{٢} \frac{س}{٢}$ و س

========== الحل ==========

(i) $\int س^{٨} \left(\frac{٢}{س} + \frac{٣}{س^{٢}} \right)^{٤}$ و س $= \int س^{٨} \left(\frac{٢ س + ٣}{س^{٢}} \right)^{٤}$ و س

$= \int \frac{س^{٨} (٢ س + ٣)^{٤}}{س^{٨}}$ و س $= \int (٢ س + ٣)^{٤}$ و س

$= \frac{(٢ س + ٣)^{٥}}{٢ \times ٥} + ث = \frac{(٢ س + ٣)^{٥}}{١٠} + ث$

(ii) $\int ٤ \text{ حا}^{٢} \frac{س}{٢} \text{ حتا}^{٢} \frac{س}{٢}$ و س $= \int ٤ \left(\text{حا} \frac{س}{٢} \text{ حتا} \frac{س}{٢} \right)^{٢}$ و س

$= \int ٤ \left(\frac{١}{٢} \text{ حا س} \right)^{٢}$ و س $= \int \text{حا}^{٢} س$ و س

$= \int \left(\frac{١}{٢} - \frac{١}{٢} \text{ حتا} ٢ س \right)$ و س $= \frac{١}{٢} س - \frac{١}{٤} \text{ حا} ٢ س + ث$

السؤال الثاني والعشرون

منشور ثلاثي قائم ارتفاعه ع سم وقاعدته مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه

س سم وفي لحظة ما كان البعد س يتزايد بمعدل $\frac{١}{٢}$ سم/ ث بينما يتناقص الإرتفاع

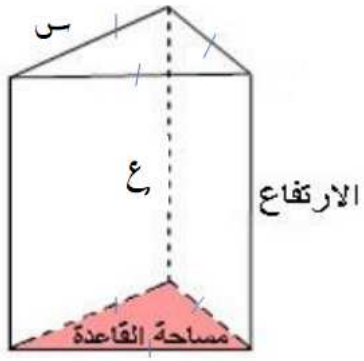
بمعدل ١سم/ ث وبذلك يظل حجم المنشور ثابتاً ٠

فاثبت عند تلك اللحظة أن س = ع

========== الحل ==========

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

حجم المنشور = مساحة القاعدة × الإرتفاع



$= \frac{1}{2}$ س^2 حا ٦٠° ع

$= \frac{1}{2}$ س^2 × $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ع

$= \frac{\sqrt{3}}{4}$ س^2 ع

$\frac{ع}{ع_{ب}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ (٢س ع $\frac{س}{س_{ب}}$ + س^2 $\frac{س}{س_{ب}}$)

صفر = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (٣ س ع × $\frac{1}{3}$ + س^2 ×-١)

س ع - س^2 = صفر

س(ع − س) = صفر

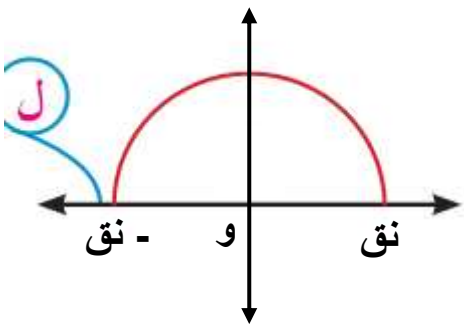
س = صفر (مرفوض) ، س = ع

السؤال الثالث والعشرون

باستخدام التكامل أثبت أن حجم الكرة = $\frac{4}{3}\pi$ نق^3

========== الحل ==========

الكرة تنشأ من دوران نصف دائرة دورة كاملة



معادلة الدائرة هى س^2 + ص^2 = نق^2

ص^2 = نق^2 – س^2

ح = π $\int_{-نق}^{نق}$ ص^2 .ءس = π $\int_{-نق}^{نق}$ (نق^2 – س^2) . ءس

ح = [نق^2 س - $\frac{1}{3}$ س^3] π $\int_{-نق}^{نق}$ = π [(نق^3 - $\frac{1}{3}$ نق^3) – (- نق^3 + $\frac{1}{3}$ نق^3)] = $\frac{4}{3}\pi$ نق^3

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الرابع والعشرون

أوجد معادلة المنحنى ص = د(س) إذا كان ص ˝ = أ س + ب حيث أ ، ب ثابتان وللمنحنى نقطة انقلاب عند (٠ ، ١) وقيمة صغرى محلية عند (٢ ، ٠) ثم أوجد موقع القيمة العظمى المحلية

========== الحل ==========

ب) ∵ $\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}}$ = أ س + ب والمنحنى له نقطة انقلاب عند (٠،١)

∴ د˙(صفر) = صفر ← ب = صفر ∴ $\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}}$ = أ س

$\frac{د ص}{د س}$ = ∫ أ س د س = $\frac{١}{٢}$ أ س^{٢} + ث$_{١}$ وللمنحنى قيمة صغرى عند (٠،٢)

∴ د˙(٢) = صفر ← $\frac{١}{٢}$ أ × ٤ + ث$_{١}$ = صفر

أي أن ٢أ + ث$_{١}$ = صفر ←(١)

، ص = ∫ ($\frac{١}{٢}$ أ س^{٢} + ث$_{١}$) د س = $\frac{١}{٦}$ أ س^{٣} + ث$_{١}$ س + ث$_{٢}$

∴ ث$_{٢}$ = ١ ← ١ = صفر + صفر + ث$_{٢}$ تحقق ،(٠،١)

، ص = $\frac{١}{٦}$ أ س^{٣} + ث$_{١}$ س + ١ تحقق ،(٠،٢)

صفر = $\frac{١}{٦}$ أ × ٨ + ٢ ث$_{١}$ + ١ ٣×

∴ ٤أ + ٦ ث$_{١}$ + ٣ = صفر

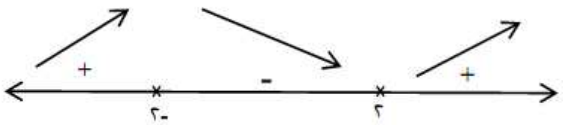
أي أن ٤أ + ٦ ث$_{١}$ = - ٣ ←(٢)

ومن ١ ، ٢ أ = $\frac{٣}{٨}$ ، ث$_{١}$ = $\frac{-٣}{٤}$

∴ ص = $\frac{١}{٦}$ × $\frac{٣}{٨}$ س^{٣} - $\frac{٣}{٤}$ س + ١ × ١٦

∴ ١٦ ص = س^{٣} - ١٢ س + ١٦

∵ ١٦ صَ = ٣ س^{٢} - ١٢ ∴ صَ = ٠ عندما س = ± ٢



عند س = -٢ عظمى محلية

∴ ١٦ ص = - ٨ + ٢٤ + ١٦

∴ ١٦ ص = ٣٢ ← ص = ٢

(- ٢ ، ٢)

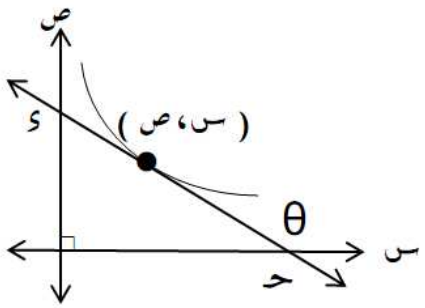
موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الخامس والعشرون

إثبت أن مجموع الجزئين المقطوعين من محوري الإحداثيات بأي مماس للمنحنى

$\sqrt{س} + \sqrt{ص} = أ$ هو دائماً مقدار ثابت حيث أ ثابت $\neq 0$

========== الحل ==========



طولا الجزئين حـ ، ء

$\sqrt{س} + \sqrt{ص} = أ$

$\frac{1}{2\sqrt{س}} + \frac{1}{2\sqrt{ص}} \times \frac{ء ص}{ء س} = 0$

ومنها $\frac{ء ص}{ء س} = -\frac{\sqrt{ص}}{\sqrt{س}}$ = ميل المماس

لكن ميل المماس = ظا $\theta = \frac{-ء}{حـ}$

$\therefore \frac{-ء}{حـ} = -\frac{\sqrt{ص}}{\sqrt{س}}$ ومنها ء = ك $\sqrt{ص}$ ، حـ = ك $\sqrt{س}$

$\therefore$ مجموع الجزئين = حـ + ء = ك $\sqrt{ص}$ + ك $\sqrt{س}$

= ك ($\sqrt{ص} + \sqrt{س}$) = ك أ (مقدار ثابت)

السؤال السادس والعشرون

أوجد $\int$ ظتاس قتا^{3}س . وس

========== الحل ==========

تذكران مشتقة قتاس هى- قتاس ظتاس

$\int$ ظتاس قتا^{3}س . وس = $\int$ ظتا س قتاس قتا^{2}س . وس

تذكر أن $\int$ (دالة)^{ن} × مشتقتها . وس = + ث

$\int$ ظتا س قتاس قتا^{2}س. وس = - $\frac{1}{3}$ قتا^{3}س + ث

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال السابع والعشرون

اذا كان ميل المماس لمنحنى عند أى نقطة عليه (س ، ص) معطى بالعلاقة:

$\frac{د ص}{د س}$ = جا س جتا س ، أوجد معادلة المنحنى علمًا بأنه يمر بالنقطة ($\frac{\pi}{٦}$ ، ١)

الحل

∵ ميل مماس المنحنى عند أى نقطة: $\frac{د ص}{د س}$ = جا س جتا س

∴ معادلة المنحنى : ص = $\int \frac{د ص}{د س} . د س = \int$ جا س جتا س د س

$= \frac{١}{٢} \int ٢$ جا س جتا س د س $= \frac{١}{٢} \int$ جا ٢ س د س

$= \frac{١}{٢} \times -\frac{١}{٢}$ جتا ٢ س + ث $= -\frac{١}{٤}$ جتا ٢س + ث

∵ المنحنى يمر بالنقطة ($\frac{\pi}{٦}$ ، ١)

∴ فهى تحقق معادلة

١ $= -\frac{١}{٤}$ جتا ($٢ \times \frac{\pi}{٦}$) + ث ∴ ث = $١ + \frac{١}{٨} = \frac{٩}{٨}$

∴ معادلة المنحنى هى : ص = $-\frac{١}{٤}$ جتا ٢س + $\frac{٩}{٨}$

تذكر أن

جا ٢س = ٢ جا س جتا س

جتا ٢ س = جتا^{٢} س − جا^{٢} س

= ١ − ٢ جا^{٢}س

= ٢جتا^{٢} س − ١

السؤال الثامن والعشرون

أوجد $\int$ س لو$_{هـ}$ س . د س

الحل

نستخدم التكامل بالتجزىء كالتالي ص = لو$_{هـ}$ س د ع = س.د س

$\frac{١}{س}$ ← $\frac{١}{٢}$ س^{٢}

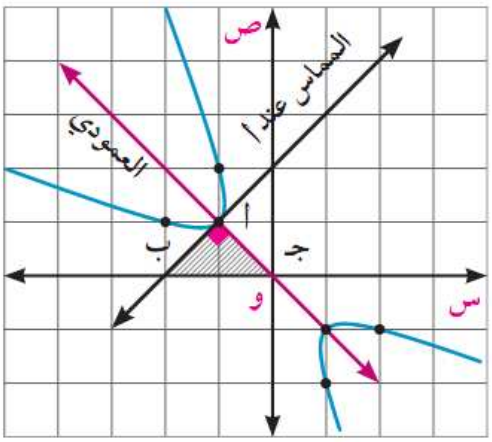
أوجد $\int$ س لو$_{هـ}$ س . د س = $\frac{١}{٢}$ س^{٢} لو$_{هـ}$ س − $\int \frac{١}{٢}$ س . د س = $\frac{١}{٢}$ س^{٢} لو$_{هـ}$ س − $\frac{١}{٤}$ س^{٢} + ث

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال التاسع والعشرون

أوجد معادلتي المماس والعمودي للمنحنى $س^{٢} - ٣س ص + ص^{٢} + ١ = ٠$ عند النقطة أ(-١ ، ١) وإذا قطعا محور السينات في النقطتين ب ، جـ فاحسب مساحة المثلث أ ب جـ بالوحدات المربعة

========== الحل ==========



∵ $س^{٢} + ٣س ص + ص^{٢} + ١ = ٠$

النقطة أ (-١، ١) تحقق معادلة المنحنى فهى تقع عليه باشتقاق طرفى معادلة المنحنى بالنسبة إلى س لإيجاد ميل المماس عند أى نقطة

∴ $٢س + ٣س \frac{ى ص}{ى س} + ٣ص + ٢ص \frac{ى ص}{ى س} = ٠$

عند النقطة أ (-١ ، ١) ∴ $\frac{ى ص}{ى س} = ١$

∴ ميل المماس = ١ ، ميل العمودى = -١

معادلة المماس : ص - ١ = س + ١ أى ص = س + ٢

معادلة العمودى : ص - ١ = - (س + ١) أى ص = - س

بحل معادلتى المماس والعمودى مع معادلة محور السينات ص = ٠ لإيجاد نقط التقاطع ب ، جـ

∴ النقطة ب (-٢، ٠) ، النقطة جـ (٠ ، ٠) ويكون ب جـ = ٠ - (-٢) = ٢

مساحة المثلث أ ب جـ = $\frac{١}{٢} \times ٢ \times ١ = ١$ وحدة مربعة

السؤال الثلاثون

إذا كان $\int_{١}^{٤} د(س) .ىس = ٧$ ، $\int_{١}^{٤} ر(س) .ىس = ٣$ احسب قيمة $\int_{١}^{٤} [د(س) + ٢ر(س) - ٤] .ىس$

========== الحل ==========

$\int_{١}^{٤} ر(س) .ىس = -٣$

المطلوب $= \int_{١}^{٤} د(س) .ىس + ٢ \int_{١}^{٤} ر(س) .ىس - \int_{١}^{٤} ٤ .ىس$

$= ٧ - ٦ - [٤س]_{١}^{٤}$

$= ٧ - ٦ - ١٢ = -١١$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الحادي و الثلاثون

أوجد $\int س^{٢} \sqrt{٢س+١}$.وس

========== الحل ==========

يمكن استخدام التكامل بالتعويض كالتالي

بوضع ع^{٢} = ٢س + ١ ⟵ ٢ع . وع = ٢.وس ⟵ ع . وع =وس

وبالتالي فإن س = $\frac{ع^{٢}-١}{٢}$

$$\int س^{٢} \sqrt{٢س+١} \, .وس = \int \left(\frac{ع^{٢}-١}{٢}\right)^{٢} \times ع \times ع \, . \, وع$$

$$\int \frac{ع^{٤}-٢ع^{٢}+١}{٤} \, ع^{٢}.وع = \frac{١}{٤} \int (ع^{٦} - ٢ع^{٤} + ع^{٢}) \, . \, وع$$

$$\frac{١}{٤} \left(\frac{١}{٧}ع^{٧} - \frac{٢}{٥}ع^{٥} + \frac{١}{٣} ع^{٣}\right) + ث$$

$$= \frac{١}{٤} \left[\frac{\sqrt{(٢س+١)^{٧}}}{٧} - ٢ \times \frac{\sqrt{(٢س+١)^{٥}}}{٥} + \frac{\sqrt{(٢س+١)^{٣}}}{٣} \right] + ث$$

السؤال الثاني والثلاثون

أوجد $\int_{٠}^{٥}$ | س – ٢ | .وس

========== الحل ==========

بوضع س-٢=٠ نجد أن س = ٢ ثم نعيد تعريف المقياس كالتالي

د(س) = { س – ٢ ، س ≥ ٢ ؛ ٢ – س ، س < ٢ }

$$\int_{٠}^{٥} | س – ٢ | .وس = \int_{٠}^{٢} (٢ - س).وس + \int_{٢}^{٥} (س – ٢).وس$$

$$= [٢س - \frac{١}{٢}س^{٢}]_{٠}^{٢} + [\frac{١}{٢}س^{٢} – ٢س]_{٢}^{٥} = ٢ + (٢,٥ – (-٢)) = ٢ + ٤,٥ = ٦,٥$$

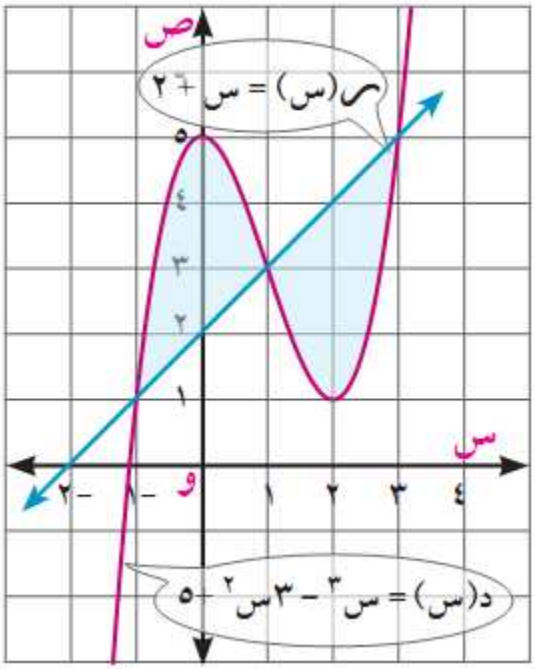
موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الثالث والثلاثون

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة د ومنحنى الدالة ر حيث

د(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} + ٥، ر(س) = س + ٢

========== الحل ==========



➢ لإيجاد الإحداثيات السينية لنقط التقاطع:

نضع د(س) = ر(س)

س^{٣} - ٣س^{٢} + ٥ = س + ٢

س^{٣} - ٣س^{٢} - س + ٣ = ٠

(س^{٣} - ٣س^{٢}) - (س - ٣) = ٠

س^{٢} (س - ٣) - (س - ٣) = ٠

(س - ٣) (س - ١) (س + ١) = ٠

∴ س = ٣ أو س = ١ أو س = -١

➢ يكون التكامل على الفترتين [-١، ١] ، [١، ٣] لإيجاد المساحة المطلوبة وهى عبارة عن مساحتين أى:

م = م$_{١}$ + م$_{٢}$

م = |$\int_{-١}^{١}$ [د(س) - ر(س)] ى س| + |$\int_{١}^{٣}$ [د(س) - ر(س)] ى س|

= |$\int_{-١}^{١}$ (س^{٣} - ٣س^{٢} + ٥ - س - ٢) ى س| + |$\int_{١}^{٣}$ (س^{٣} - ٣س^{٢} - س + ٣) ى س|

= |[$\frac{١}{٤}$س^{٤} - س^{٣} - $\frac{١}{٢}$ س^{٢} + ٣س]$_{-١}^{١}$| + |[$\frac{١}{٤}$ س^{٤} - س^{٣} - $\frac{١}{٢}$ س^{٢} + ٣س]$_{١}^{٣}$|

= |-٢ + ٦| + |٢٦ - ٣٠| = ٤ + ٤ = ٨ وحدات مربعة

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الرابع والثلاثون

إذا كان العمودي للمنحنى ص = ٤ – س^{٢} عند النقطة (١ ، ٣) يقطع المنحنى مرة أخرى عند حـ .

أوجد معادلة المماس عند النقطة حـ

========== الحل ==========

نوجد ميل المماس $\frac{ع ص}{ع س}$ = -٢س

$\frac{ع ص}{ع س}$ عند النقطة (١ ، ٣) = -٢ ميل العمودي = $\frac{١}{٢}$

معادلة العمودي هي ص – ص$_{١}$ = م(س – س$_{١}$)

ص – ٣ = $\frac{١}{٢}$ (س – ١)

معادلة العمودي هي س – ٢ص + ٥ = ٠

نحل المعدلتين س -٢ص + ٥ = ٠ ، ص = ٤ – س^{٢} سوياً

س – ٨ + ٢س^{٢} + ٥ = ٠

٢س^{٢} + س – ٣ = ٠

(٢س + ٣) (س – ١) = ٠

اما س = ١ وبالتالي ص = ٣ النقطة الأولى (١ ، ٣) معطى فى الاساس

أو س = - $\frac{٣}{٢}$ وبالتالي ص = $\frac{٧}{٤}$ النقطة الثانية (- $\frac{٣}{٢}$، $\frac{٧}{٤}$)

$\frac{ع ص}{ع س}$ عند النقطة الثانية = ٣

معادلة المماس هى ص – ص$_{١}$ = م(س – س$_{١}$)

١٢س – ٤ص + ٢٥ = ٠

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الخامس والثلاثون

أوجد

(١) $\int \frac{س\ هـ^{س}}{(س+١)^{٢}}$ وس

(٢) $\int \frac{٤س}{\sqrt[٣]{٢س+١}}$ وس

========== الحل ==========

(١) لاحظ أن $(س+١)^{-٢}$ أسهل فى التكامل

بوضع ص = س $هـ^{س}$ ⟵ ع = $\frac{-١}{س+١}$ ⟵ و ع = $(س+١)^{-٢}$ و س

و ص = $(س\ هـ^{س} + هـ^{س})$ و س

$\int \frac{س\ هـ^{س}}{(س+١)^{٢}}$ وس = $-\frac{س\ هـ^{س}}{س+١} - \int \frac{-١}{س+١} \times هـ^{س}(س+١)$ و س

$= -\frac{س\ هـ^{س}}{س+١} + \int هـ^{س}$ و س

$= \frac{-س\ هـ^{س} + هـ^{س}(س+١)}{س+١} + ث = \frac{هـ^{س}}{س+١} + ث$

(٢) بوضع ص = ٤س ⟵ ع = $\frac{٣}{٢\times٢}(٢س+١)^{\frac{٢}{٣}}$ ⟵ و ع = $(٢س+١)^{-\frac{١}{٣}}$ و س

و ص = ٤ و س

$\int \frac{٤س}{\sqrt[٣]{٢س+١}}$ و س = $٣س(٢س+١)^{\frac{٢}{٣}} - \int \frac{٣}{٤}(٢س+١)^{\frac{٢}{٣}} \times ٤$ و س

$= ٣س(٢س+١)^{\frac{٢}{٣}} - \frac{٣\times٣}{٢\times٥}(٢س+١)^{\frac{٥}{٣}} + ث$

$= \frac{٣}{١٠}(٢س+١)^{\frac{٢}{٣}}[١٠س - ٣(٢س+١)] + ث$

$= \frac{٣}{١٠}(٢س+١)^{\frac{٢}{٣}}(٤س - ٧) + ث$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال السادس والثلاثون

إذا كان حاص + حتا٢س = ٠ فأثبت أن ص ً ً – (ص َ)^{٢} طاص = ٤حتا٢س قاص

========== الحل ==========

حاص + حتا٢س = باشتقاق الطرفين بالنسبة الى س

حتا ص × ص َ - ٢ حا٢س = ٠ باشتقاق الطرفين بالنسبة الى س

حتاص × ص ً ً + ص َ × - حاص × ص َ – ٤ حتا٢س = ٠

حتاص × ص ً ً - (ص َ)^{٢} حاص – ٤ حتا٢س = ٠ (÷ حتا ص)

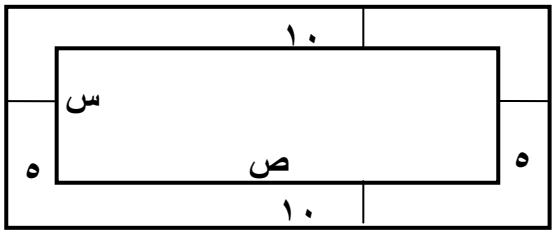
ص ً ً – (ص َ)^{٢} طاص - ٤حتا٢س قاص = ٠

ص ً ً – (ص َ)^{٢} طاص = ٤حتا٢س قاص

السؤال السابع والثلاثون

يُراد تصميم مُلصق مستطيل الشكل يحوى ٨٠٠ سم^{٢} من المادة المطبوعة بحيث يكون عرض كل من الهامشين العلوى والسفلى ١٠ سم وكل من الهامشين الجانبيين ٥سم ، ما بعدا الملصق اللذان يجعلان مساحته أصغر ما يمكن ؟

========== الحل ==========



بفرض بعدى الملصق س ، ص

س ص = ٨٠٠ ⟵ ص = $\frac{٨٠٠}{س}$

مساحة المستطيل = (س + ٢٠)(ص + ١٠)

م = س ص + ١٠ س + ٢٠ص + ٢٠٠

م = ١٠٠٠ + ١٠س + ١٦٠٠ س$^{-١}$

م َ = ١٠ – ١٦٠٠ س$^{-٢}$

بوضع م َ = ٠ نجد أن س = ٤٠

م ً ً = ٢٣٠٠ س$^{-٣}$

عند س = ٤٠ نجد أن ص ً ً > ٠

عند س = ٤٠ تجعل المساحة أصغر ما يمكن

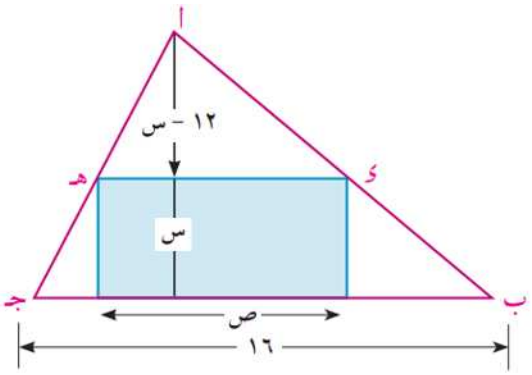
بعدا المستطيل هما ٦٠ سم ، ٣٠ سم

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الثامن والثلاثون

أوجد بعدى مستطيل له أكبر مساحة يمكن رسمه داخل مثلث طول قاعدته ١٦سم وارتفاعه ١٢سم بحيث ينطبق بأحد أضلاعه على قاعدة المثلث وتقع رأسا الضلع المقابل على الضلعين الآخرين للمثلث

========== الحل ==========



مساحة المستطيل م = س ص ..... (١)

يجب علينا ايجادعلاقة تربط بين س ، ص

من هندسة الشكل نجد أن Δ ا ء هـ ~ Δ ا ب جـ

$\frac{ص}{١٦} = \frac{١٢ - س}{١٢}$

١٢ص = ١٦ × ١٢ – ١٦س

ص = $\frac{٤}{٣}$ (١٢ – س) بالتعويض فى (١)

م = $\frac{٤}{٣}$ س (١٢ – س) = ١٦س - $\frac{٤}{٣}$ $س^{٢}$

م َ = ١٦ – $\frac{٨}{٣}$ س بوضع م َ = ٠

س = ٦

نوجد م ً ً = ٣٢ – ٨س بالتعويض عن س = ٦ نجدأن م ً ً < ٠

عند س = ٦ تكون المساحة أكبر ما يمكن ، ص = $\frac{٤}{٣}$ (١٢ – ٦) = ٨

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال التاسع والثلاثون

باستخدام احدى طرق التكامل أوجد $\int$ لو$_{هـ}$ س . وس

========== الحل ==========

(١٠) لو$_{هـ}$ س ← ١

$\frac{١}{س}$ ← س

= س لو$_{هـ}$ س − $\int$ (١) وس = س لو$_{هـ}$ س − س + ث

السؤال الأربعون

اختر : إذا كانت د(س) = (حتاس)^{حتاس} فإن دَ (٠) = ...

(أ) صفر (ب) -١ (جـ) -٣ (د) -٢

========== الحل ==========

∵ ص= (حتاس)^{حتاس}

∴ لو$_{هـ}$ ص = لو$_{هـ}$ (حتاس)^{حتاس}

لو$_{هـ}$ ص = حتاس × لو$_{هـ}$ حتاس باشتقاق الطرفين بالنسبة الى س

ص$^{-١}$ × صَ = - حاس × لو$_{هـ}$ حتاس + ~~حتاس~~ × $\frac{١}{~~حتاس~~}$ × - حاس (× ص)

صَ = ص × - حاس × لو$_{هـ}$ حتاس – حاس بوضع س = ٠

صَ = ص × ٠ × لو$_{هـ}$ ١ – صفر = ٠

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الحادي و الأربعون

إذا كانت د(س) = { ٢س + س^{٢} عندما س < ٠ ، ٢س - س^{٢} عندما س ⩾ ٠

أوجد

(١) القيم العظمى والصغرى للدالة

(٢) $\int_{-١}^{٣}$ د(س) . ءس

========== الحل ==========

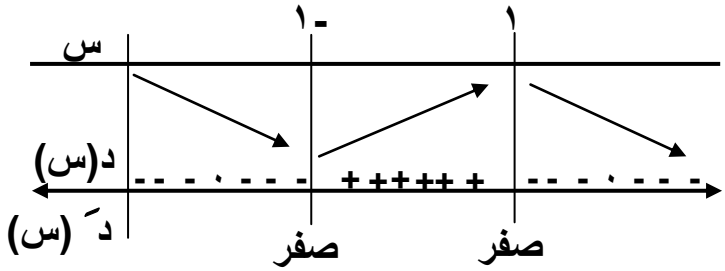
د َ (س) = { ٢ + ٢س عندما س < ٠ ، ٢ - ٢س عندما س > ٠

د َ (٠$^{+}$) = ٢ ، د َ (٠$^{-}$) = ٢

بوضع د َ(س) = ٠

٢ + ٢س = ٠ ، ٢ – ٢س ٠

س = -١ ، س = ١



الدالة لها قيمة صغرى محليه عند س = -١ قيمتها -١

الدالة لها قيمة عظمى محليه عند س = ١قيمتها ١

$\int_{-١}^{٠}$ (٢س + س^{٢}) .ءس + $\int_{٠}^{٣}$ (٢س – س^{٢}). ءس = [س^{٢} + $\frac{١}{٣}$ س^{٣}]$_{-١}^{٠}$ + [س^{٢} - $\frac{١}{٣}$س^{٣}]$_{٠}^{٣}$

= - $\frac{٢}{٣}$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الثاني و الأربعون

أوجد معادلة المماس والعمودي للمنحنى ٢ + لو$_{هـ}$ ص . لو$_{هـ}$ س = س^{٢} + ص عند النقطة التي احداثيها السيني = ١

========== الحل ==========

٢ + لو$_{هـ}$ ص . لو$_{هـ}$ س = س^{٢} + ص

بالاشتقاق بالنسبة الى س

$\frac{ص'}{ص}$ لو$_{هـ}$ س + $\frac{١}{س}$ لو$_{هـ}$ ص = ٢س + ص$'$

عندما س =١ فإن ٢ + ٠ = ١ + ص ∴ ص = ١

صفر = ٢ + ص$'$ ∴ الميل = ص$'$ = ـ٢

معادلة المماس: (ص ـ ١) = ـ ٢ (س ـ ١)

ص ـ ١ = ـ٢س + ٢ المعادلة : ص+٢س ـ٣=٠

معادلة العمودى: (ص ـ ١) = $\frac{١}{٢}$(س ـ ١)

٢ص ـ ٢ = س ـ١ المعادلة: ٢ص ـ س ـ١ = ٠

السؤال الثالث و الأربعون

اختر : إذا كانت دَ(س) = س د(س) ، د(٣) = ـ٥ فإن دَ َ (٣) = ...

(أ) ٤ (ب) ١٥ (جـ) ـ ٥٠ (د) ٢٧

========== الحل ==========

∵ دَ(س) = س د(س)

∴ دَ(٣) = ٣ × د(٣) = ٣ × ـ٥ = ـ١٥

دَ َ (س) = س . دَ (س) + د(س)

دَ َ (٣) = ٣ × دَ(٣) + د(٣) = ٣ × ـ١٥ + (ـ٥) = ـ ٥٠

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الرابع و الأربعون

قطعه من الثلج على شكل متوازي مستطيلات أبعاده في لحظة ما هي ٣ ، ٤ ، ١٢ سم فإذا كان معدل تزايد البعد الأول ٢سم / ث ومعدل تزايد البعد الثاني ١سم / ث ومعدل تناقص البعد الثالث = ٣سم / ث فإذا علمت أن القطعة تظل محتفظة بشكلها . أجب عن أحد السؤالين الآتيين

(١) أوجد معدل تغير حجم قطعة الثلج في نهاية الثانية الثانية

(٢) أوجد معدل تغير المساحة السطحية لقطعة الثلج في نهاية الثانية الثانية

========== الحل ==========

(١) بعد مرور ن ثانية تكون الابعاد كالتالي (٣ + ٢ن) ، (٤ + ن) ، (١٢ – ٣ن)

ح = (٣ + ٢ن) (٤ + ن) (١٢ – ٣ن) = ١٤٤ + ٩٦ن - ٩ن^{٢} – ٦ن^{٣}

ح$'$ = ٩٦ – ١٨ن – ١٨ ن^{٢}

بعد مرور ٢ث يكون ح$'$ = ٩٦ – ١٨ ×٢ – ١٨ × ٤ = ٩٦ – ٣٦ – ٧٢ = -١٢ سم^{٣} / ث

(٢) مـ = ٢ [(٣ + ٢ن)(٤ + ن) +(٤ + ن)(١٢ – ٣ن) + (٣ + ٢ن) (١٢ – ٣ن)]

مـ = ٢ [١٢ + ١١ن + ٢ن^{٢} + ٤٨ – ٣ن^{٢} + ٣٦ + ١٥ن – ٦ن^{٢}]

مـ = ٢ [-٧ن^{٢} + ٢٦ن + ٨٤] = -١٤ن^{٢} + ٥٢ن + ١٦٨

مـ$'$ = -٢٨ن + ٥٢

في نهاية الثانية الثانية يكون مـ$'$ = -٢٨ × ٢ + ٥٢ = -٥٦ + ٥٢ = -٤ سم^{٢} / ث

السؤال الخامس و الأربعون

أوجد $\lim_{س \to \infty} \left(\frac{س}{س + ١} \right)^{س}$

========== الحل ==========

$\lim_{س \to \infty} \left(\frac{س + ١}{س} \right)^{-س} = \lim_{س \to \infty} \left(١ + \frac{١}{س} \right)^{-س} = \lim_{س \to \infty} \left[\left(١ + \frac{١}{س} \right)^{س} \right]^{-١} = هـ^{-١}$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال السادس و الأربعون

اختر : حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى ص = | س | والمستقيمين س = -١ ، س = ١ دورة كاملة حول محمور السينات = ...

(أ) $\pi \frac{٢}{٣}$ (ب) $\pi \frac{٤}{٣}$ (جـ) $\pi \frac{١}{٣}$ (د) π

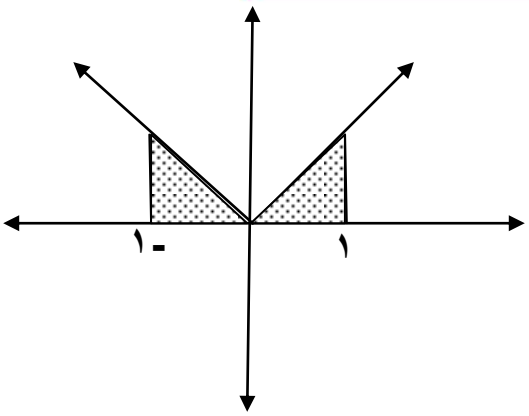
========== الحل ==========

١- إذا كانت الدالة د متصلة وفردية على الفترة [-أ ، أ] فإن:

$$\int_{-أ}^{أ} د(س)\, ى\, س = صفرًا$$

٢- إذا كانت الدالة د متصلة وزوجية على الفترة [-أ ، أ] فإن:

$$\int_{-أ}^{أ} د(س)\, ى\, س = ٢ \int_{٠}^{أ} د(س)\, ى\, س$$



$$ح = \pi \int_{-١}^{١} ص^{٢} .ى س = \pi \int_{-١}^{١} س^{٢} . ى س$$

الدالة زوجية وبالتالى فإن

$$ح = ٢\pi \int_{-١}^{١} س^{٢} . ى س = ٢\pi \left[\frac{١}{٣} س^{٣} \right]_{-١}^{١}$$

$$= \pi^{٢} \left[\frac{١}{٣} - \left(-\frac{١}{٣} \right) \right] = ٢\pi \times \frac{١}{٣} = \pi \frac{٢}{٣}$$

السؤال السابع و الأربعون

اختر : $\lim_{س \to ٠} (١ + \frac{س}{أ})^{\frac{أ}{س}}$ = ...

(أ) صفر (ب) هـ (جـ) $\frac{١}{أ}$ (د) $\frac{١}{هـ}$

========== الحل ==========

الاجابه الصحيحه هى (هـ) ليه؟ نفرض أن ص = $\frac{س}{أ}$ وعندما س ← ٠ فإن ص ← ٠

$$س = أص \quad \lim_{ص \to ٠} (١ + ص)^{\frac{أ}{أص}} = \lim_{ص \to ٠} (١ + ص)^{\frac{١}{ص}} = هـ$$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الثامن و الأربعون

ملعب على شكل مستطيل ينتهى ضلعان متقابلان منه بنصفي دائرة خارج المستطيل طول قطرها مساوياً لطول هذا الضلع . إذا كان محيط الملعب ٤٠٠ متراً فأثبت أن مساحة سطح المعلب تكون أكبر ما يمكن عندما يكون الملعب على شكل دائرة وأوجد طول نصف قطرها

========== الحل ==========

نفرض طول المستطيل = ص وعرضه = ٢س

∴ طول نصف قطر الدائرة = س

محيط الملعب = ٤٠٠

٢ص + ٢ π س = ٤٠٠ ⟵ ص + π س = ٢٠٠

ص = ٢٠٠ - π س

بفرض مساحة الملعب بالدالة د(س)

∴ د(س) = ٢س ص + π $س^{٢}$

د(س) = ٢س (٢٠٠ - π س) + π $س^{٢}$

د(س) = ٤٠٠ س - π $س^{٢}$

د َ (س) = ٤٠٠ -٢ π س

بوضع د َ (س) = ٠

٤٠٠ -٢ π س = ٠ ⟵ ٢ π س = ٤٠٠ ⟵ π س =٢٠٠

س= $\frac{٢٠٠}{\pi}$

د َ َ(س) = -٢ π

د َ َ($\frac{٢٠٠}{\pi}$) = -٢ π < ٠

عند س = $\frac{٢٠٠}{\pi}$ تكون مساحة الملعب أكبر مايمكن

ص = ٢٠٠ - π × $\frac{٢٠٠}{\pi}$ = ٢٠٠ – ٢٠٠ = ٠

أى أن الملعب يكون على شكل دائرة طول نصف قطرها $\frac{٢٠٠}{\pi}$ سم

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال التاسع و الأربعون

أوجد معادلتى المماسين للدائرة $س^{٢} + ص^{٢} = ٥$ والتى كل منهما يميل على المحور السينى الموجب بزاوية ظلها يساوى ٢

========== الحل ==========

$س^{٢} + ص^{٢} = ٥$ .....(١) باشتقاق الطرفين بالنسبة الى س

$٢س + ٢ص ص' = ٠$ (÷٢)

$س + ص ص' = ٠$

$ص ص' = - س$

$ص' = \frac{- س}{ص}$ ، $ص' = ٢$ معطى

$\frac{- س}{ص} = ٢$ $س = - ٢ص$ (بالتعويض فى ١)

$٤ص^{٢} + ص^{٢} = ٥$

$٥ص^{٢} = ٥$ $ص = \pm ١$

عندما ص =١ أو ص = -١

$س = \pm ٢$

عند النقط (٢ ، -١) عند النقطة (-٢ ، ١)

معادلة المماس معادلة المماس

ص -٢س + ٥ = ٠ ص -٢س – ٥ = ٠

السؤال الخمسون

أوجد $\int_{٠}^{٣} س \sqrt{س + ١}$.وس

بوضع ع = س + ١ ..... وس =وع

عند س =٠ يكون ع = ١

عند س = ٣ يكون ع = ٤

س = ع – ١ وبالتالى

$\int_{١}^{٤} (ع - ١) ع^{\frac{١}{٢}}$ وع $= \int_{١}^{٤} (ع^{\frac{٣}{٢}} - ع^{\frac{١}{٢}})$ وع $= [\frac{٢}{٥} ع^{\frac{٥}{٢}} - \frac{٢}{٣} ع^{\frac{٣}{٢}}]_{١}^{٤} = \frac{١١٦}{١٥}$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الحادى والخمسون

أثبت أن المنحنيين (س – ١)^{٢} + ص^{٢} = ٢ ، (س + ١)^{٢} + ص^{٢} = ٢ يتقاطعان على التعامد ثم أوجد معادلات المماسات لهما عند نقط التقاطع

========== الحل ==========

من المعادلة الاولى : ص^{٢} = ٢ – (س – ١)^{٢} بالتعويض في المعادلة الثانية

(س + ١)^{٢} + ٢ – (س – ١)^{٢} = ٢

س^{٢} + ٢س + ١ + ٢ – س^{٢} + ٢س – ١ – ٢ = ٠

٤س = ٠ س = ٠

بالتعويض في المعادلة الاولى

١ + ص٢ = ٢ ص٢ = ١

ص = ± ١

المنحنيان يتقاطعان فى النقطتين (٠ ، ١) ، (٠ ، -١)

٢(س – ١) + ٢ ص صَ = ٠ & ٢ (س + ١) + ٢ص صَ = ٠

عندالنقطة (٠ ، ١) & عند النقطة (٠ ، ١)

٢ × -١ + ٢ صَ = ٠ & ٢ × ١ + ٢ صَ = ٠

صَ = ١ & صَ = - ١

∴ عند النقطة (٠ ، ١) المنحنيان متعامدان

معادلة المماس ص – ١ = س & معادلة المماس ص – ١ = - س

ص – س = ١ & ص + س = ١

عند النقطة (٠ ، -١) & عند النقطة (٠ ، - ١)

-٢ – ٢ صَ = ٠ & ٢ – ٢ صَ = ٠

ثم اكمل .....

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الثاني والخمسون

إذا كانت ص = هـ^{٣س} + س^{٢} أثبت أن: $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ - ٢ = ٩ (ص - س^{٢})

ص$'$ = ٣ هـ^{٣س} + ٢س

ص$''$ = ٩ هـ^{٣س} + ٢

ص$''$ – ٢ = ٩ هـ^{٣س}

ص$''$ – ٢ = ٩ (ص – س^{٢})

السؤال الثالث والخمسون

إذا كانت المعادلتان البرامتريتان لمنحنى هما س = ن^{٢} + ٢ ، ص = ن^{٣} + ١

أوجد معادلتي المماس والعمودي للمنحنى عند ن = ١

ميل المماس عند أى نقطة = $\frac{د ص}{د س}$

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{د ص}{د ن}$ ÷ $\frac{د س}{د ن}$ = ٣ن^{٢} ÷ ٢ن = $\frac{٣}{٢}$ن

عند ن = ١ يكون ميل المماس = $\frac{٣}{٢}$ ، ميل العمودى = - $\frac{٢}{٣}$

عند ن = ١ فإن س = (١)^{٢} + ٢ = ٣ & ص = (١)^{٣} + ١ = ٢

أى أن النقطة (٣ ، ٢) تقع على المنحنى

معادلة المماس : (ص – ٢) = $\frac{٣}{٢}$ (س – ٣) أى ٣س – ٢ص – ٥ = ٠

معادلة العمودي: (ص – ٢) = - $\frac{٢}{٣}$ (س – ٣) أى ٢س +٣ص – ١٢ = ٠

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

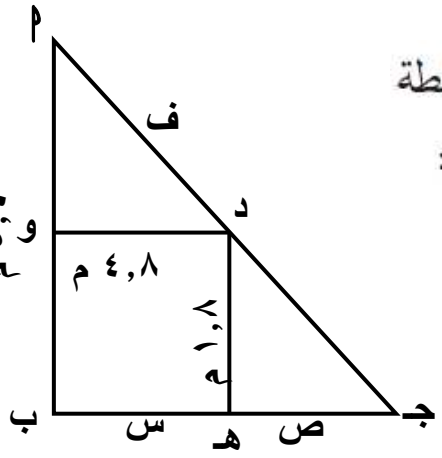
السؤال الرابع والخمسون

يسير رجل طوله ١,٨ متر في خط مستقيم مقرباً من قاعدة عمود إضاءة بمعدل ١,٢ متر / ث ، فإذا كان ارتفاع مصباح عمود الإضاءة ٥,٤ متراً عن سطح الأرض . أوجد :

(أ) معدل تغير طول ظل الرجل

(ب) معدل تغير بعد رأس الرجل عن المصباح عندما يكون الرجل على بعد ٤،٨ متراً من عمود الإضاءة .

========== الحل ==========



نمذجة المشكلة: في الشكل المقابل تمثل $\overline{أب}$ عمود الإضاءة، النقطة أ المصباح وتمثل $\overline{وهـ}$ الرجل، والنقطة جـ نهاية ظل الرجل فيكون:

س = هـ ب بعد الرجل عن قاعدة عمود الإضاءة.

ص = هـ جـ طول ظل الرجل.

ف = أ و بُعد رأس الرجل عن المصباح.

أولًا: ∵ Δ أ ب جـ ~ Δ و هـ جـ

$$\therefore \frac{أب}{وهـ} = \frac{ب جـ}{هـ جـ} = \frac{٥,٤}{١,٨} = \frac{س + ص}{ص}$$

ويكون ٢ ص = س باشتقاق طرفى المعادلة بالنسبة للزمن

$$\therefore ٢\frac{د ص}{د ن} = \frac{د س}{د ن} \quad \text{أى} \quad \frac{د ص}{د ن} = \frac{-١,٢}{٢} = -٠,٦ \text{ متر/ث}$$

ثانيًا: فى Δ أ و القائم الزاوية فى (و)

ف^{٢} = س^{٢} + (٣,٦)^{٢} باشتقاق الطرفين بالنسبة إلى ن

$$٢ف\frac{د ف}{د ن} = ٢س\frac{د س}{د ن} \quad \text{عند س} = ٤,٨ \text{ م} \quad ف = ٦ \text{ متر}$$

$$٦\frac{د ف}{د ن} = ٤,٨ \times -١,٢ \quad \text{أى} \quad \frac{د ف}{د ن} = -٠,٩٦ \text{ متر/ث}$$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الخامس والخمسون

أوجد قيمة ما يأتى

(١) $\int (١ - س^{٢})(٣س - س^{٣})^{٥}$ ء س

(٢) $\int ٩س^{٢} هـ^{٣س}$ ءس

(٣) $\int \frac{٣س}{س^{٢} - ١}$. ء س

(٤) $\int_{-١}^{١} \sqrt{س^{٤} + س^{٢}}$.ءس

(٥) $\int$ طا (٣س +١) ءس

========== الحل ==========

(١) $\int (١ - س^{٢})(٣س - س^{٣})^{٥}$ ء س

$\frac{١}{٣}\int (٣ - ٣س^{٢})(٣س - س^{٣})^{٥}$ ءس $= \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٦}$ $(٣س - س^{٣})^{٦}$ +ث $= \frac{١}{١٨}$ $(٣س - س^{٣})^{٦}$ +ث

(٢) $\int ٩س^{٢} هـ^{٣س}$. ءس يمكن حل هذا التكامل باستخدام عمود التكامل

التفاضل	التكامل
٩س^{٢}	هـ^{٣س}
١٨س	$\frac{١}{٣}$ هـ^{٣س}
١٨	$\frac{١}{٩}$ هـ^{٣س}
صفر	$\frac{١}{٢٧}$ هـ^{٣س}

= ٣س^{٢} هـ^{٣س} − ٢س هـ^{٣س} + $\frac{٢}{٣}$ هـ^{٣س} + ث

(٣) $\int \frac{٣س}{س^{٢} - ١}$. ء س = ٣ $\int \frac{س}{س^{٢} - ١}$.ءس = $\frac{٣}{٢}$ $\int \frac{٢س}{س^{٢} - ١}$ ءس = $\frac{٣}{٢}$ لو$_{هـ}$ |س^{٢} -١| + ث

(٤) $\int_{-١}^{١} \sqrt{س^{٤} + س^{٢}}$.ءس نلاحظ أن الدالة زوجية وبالتالى

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

(٤) $\int_{-١}^{١} \sqrt{٧س^{٤} + س^{٢}}$. ى س = ٢ $\int_{٠}^{١} |س| \sqrt{٧س^{٢} + ١}$. ى س = $\int_{٠}^{١} ٢س \sqrt{٧س^{٢} + ١}$. ى س

= $\frac{٢}{٣}$ [$(س^{٢} + ١)^{\frac{٣}{٢}}$] $_{٠}^{١}$ = $\frac{٢\sqrt{٧٤} - ٢}{٣}$

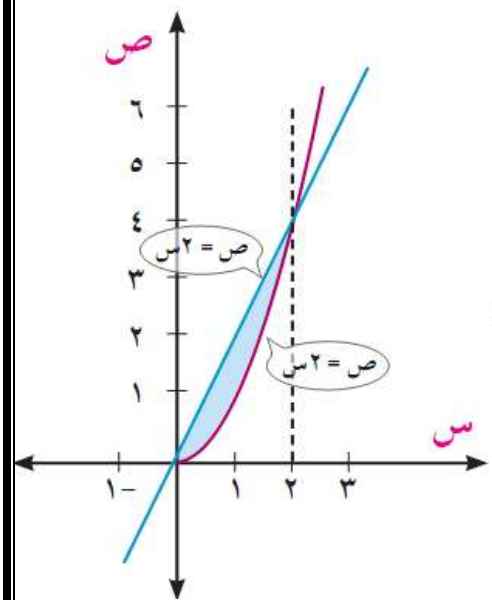
(٥) $\int$ طا (٣س +١) ى س = $\int \frac{\text{حا}(٣س + ١)}{\text{حتا}(٣س + ١)}$.ى س = - $\frac{١}{٣}$ $\int \frac{-٣\text{حا}(٣س + ١)}{\text{حتا}(٣س + ١)}$. ى س

= - $\frac{١}{٣}$ لو$_{هـ}$ | حتا (٣س + ١) | + ث = $\frac{١}{٣}$ لو$_{هـ}$ | قا (٣س +١) |

السؤال السادس والخمسون

أوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى ص = س٢ والمستقيم ص = ٢س دورة كاملة حول محور السينات

========== الحل ==========



بفرض ص$_{١}$ = س^{٢} ، ص$_{٢}$ = ٢ س

لإيجاد نقط التقاطع نضع ص$_{١}$ = ص$_{٢}$

∴ س = ٠ أو س = ٢

∵ ص$_{٢}$ ≥ ص$_{١}$ لكل س ∈ [٠ ، ٢] كما هو واضح من الشكل

∴ ح = $\pi \int_{أ}^{ب}$ (ص$_{٢}^{٢}$ - ص$_{١}^{٢}$) ى س

= $\pi \int_{٠}^{٢}$ (٢ س)^{٢} - (س^{٢})^{٢} ى س

∴ ح = $\pi \int_{٠}^{٢}$ (٤س^{٢} - س^{٤}) ى س

= π [$\frac{٤}{٣}$س^{٣} - $\frac{١}{٥}$س^{٥}]$_{٠}^{٢}$

= π ($\frac{٣٢}{٣}$ - $\frac{٣٢}{٥}$) = π ٣٢ × $\frac{٢}{١٥}$ = $\frac{\pi ٦٤}{١٥}$ وحدة مكعبة

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

مستطيل طوله ١٢ سم وعرضه ٥ سم يتناقص طوله بمعدل ١سم / ث بينما يتزايد عرضه بمقدار ٠,٥ سم /ث . أوجد متى يصبح الشكل مربعا ، ثم أوجد الزمن الذى تتوقف بعده المساحة في التزايد . كم تكون مساحة المستطيل حينئذ ؟

========== الحل ==========

بعد مرور ن ثانية يكون

الطول = (١٢ – ن) ، العرض = (٥ + ٠,٥ن)

مـ = (١٢ – ن)(٥ + ٠,٥ن) = ٦٠ + ن – ٠,٥ن^{٢}

$\frac{ومـ}{ون}$ = ١ – ن

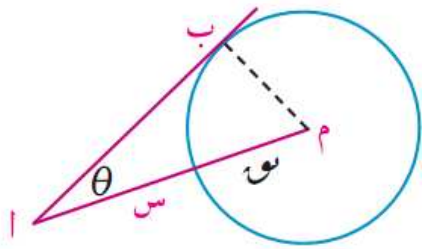
يكون المستطيل مربعا عندما ١٢ – ن = ٥ + ٠,٥ن

١,٥ ن = ٧ ن = $\frac{١٤}{٣}$

تتوقف المساحة عن الزيادة عندما $\frac{ومـ}{ون}$ = ٠ أى بعد ١ث

مـ = ٦٠ + ن – ٠,٥ن^{٢} = ٦٠ + ١ – ٠,٥ = ٦٠,٥ سم^{٢}

السؤال الثامن والخمسون



فى الشكل المقابل: أ نقطة تتحرك فى المستوى، $\overline{أب}$ مماس للدائرة م عند ب ، أ م = س + نق حيث نق طول نصف قطر الدائرة:

أ أثبت أن س = نق (قتا θ - ١)

ب أوجد معدل تغير س بالنسبة إلى θ عندما $\theta = \frac{\pi}{٦}$

========== الحل ==========

$\overline{أب}$ مماس للدائرة ، م ب نصف قطر

∴ $\overline{أ ب} \perp \overline{م ب}$

قتا θ = $\frac{نق + س}{نق}$ = ١ + $\frac{س}{نق}$

قتا θ – ١ = $\frac{س}{نق}$

نق $\frac{وس}{وθ}$

س = نق (قتا θ – ١) = نق(- قتا θ ظتا θ) وعند θ = $\frac{\pi}{٦}$ يكون $\frac{وس}{وθ}$ = - ٢ $\sqrt{٣}$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال التاسع والخمسون

إذا كانت د(س) = $\frac{٢}{س + ١}$ ، ر(س) = ٣س

أوجد $\frac{ء}{ء س}$ [(د ∘ ر) (س)] عند س = - ٢

========== الحل ==========

اولاً نوجد (د ∘ ر)(س) = د [ر(س)] = $\frac{٢}{ر(س) + ١}$ = $\frac{٢}{٣س + ١}$

$\frac{ء}{ء س}$ ($\frac{٢}{٣س + ١}$) = $\frac{-٢ \times ٣}{(٣س + ١)^{٢}}$ = $\frac{-٦}{(٣س + ١)^{٢}}$

عند س = - ٢ يكون $\frac{ء}{ء س}$ [(د ∘ ر) (س)] = $\frac{-٦}{(-٦ + ١)^{٢}}$ = $\frac{-٦}{٢٥}$

السؤال الستون

اختر : مساحة المنطقة المحددة ص = $\sqrt{٤ - س^{٢}}$ ومحور السينات مقدرة بالوحدات المربعة يساوى بالمنحنى ص = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٢ π (د) ٤ π

========== الحل ==========

∵ ص = $\sqrt{٤ - س^{٢}}$

بتربيع الطرفين ص^{٢} = ٤ – س^{٢}

س^{٢} + ص^{٢} = ٤ وهى معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل

وطول نصف قطرها وحدتين

مـ = $\int_{-٢}^{٢}$ ص .ءس = $\int_{٠}^{٢}$ ص .دس = ٢ × $\frac{١}{٤}$ π نق^{٢} = $\frac{١}{٤}$π×٤ × ٢ = ٢π

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الحادى والستون

أوجد $\int \frac{\text{جاس} + \text{جتاس}}{\text{جاس} - \text{جتاس}} \, \text{د س}$

========== الحل ==========

نلاحظ أن البسط هو المشتقة الأولى للمقام

$\therefore \int \frac{\text{جاس} + \text{جتاس}}{\text{جاس} - \text{جتاس}} \, \text{د س} = \text{لو}_{\text{هـ}} | \text{جاس} - \text{جتاس} |$

السؤال الثانى والستون

أوجد $\int \frac{٣\text{س} + ٥}{\text{هـ}^{\text{س}^٢}} \, \text{د س}$

========== الحل ==========

$\int (٣\text{س} + ٥) \, \text{هـ}^{-\text{س}^٢} \, . \, \text{د س} = ٣ \int \text{س} \, \text{هـ}^{-\text{س}^٢} \, . \text{د س} + ٥ \int \text{هـ}^{-\text{س}^٢} \, . \, \text{د س}$

تكامل بالتجزىء

نفاضل ← س ، هـ^{-س^٢}
نكامل ← ١ ، -١/٢ هـ^{-س^٢}

$٣ \left[-\frac{١}{٢} \text{س} \, \text{هـ}^{-\text{س}^٢} + \frac{١}{٢} \int \text{هـ}^{-\text{س}^٢} \, . \, \text{د س} \right] + ٥ \int \text{هـ}^{-\text{س}^٢} \, . \text{د س}$

$-\frac{٣}{٢} \text{س} \, \text{هـ}^{-\text{س}^٢} + \frac{٣}{٢} \int \text{هـ}^{-\text{س}^٢} \, . \text{د س} + ٥ \int \text{هـ}^{-\text{س}^٢} \, . \, \text{د س}$

$-\frac{٣}{٢} \text{س} \, \text{هـ}^{-\text{س}^٢} - \frac{٣}{٤} \text{هـ}^{-\text{س}^٢} - \frac{٥}{٢} \text{هـ}^{-\text{س}^٢} + \text{ث}$

$-\frac{٣}{٢} \text{س} \, \text{هـ}^{-\text{س}^٢} - \frac{١٣}{٢} \text{هـ}^{-\text{س}^٢} + \text{ث}$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الثالث والستون

أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة ص = س $^{\text{قاس}}$ عندما س = π

========== الحل ==========

السؤال الرابع والستون

اختر إذا كانت $\lim_{س \to \infty}$ $\left(\frac{س}{س+ك}\right)^{س}$ = هـ ، فإن ك تساوى

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) ٢ (د) -٢

========== الحل ==========

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الخامس والستون

اختر

إذا كانت معادلة العمودي للمنحني ص = د (س) عند النقطة (٢ ، ١) هي س+ ٣ص= ٥

فإن د` (٢) = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ٣ (جـ) -٢ (د) $-\frac{١}{٣}$

========== الحل ==========

معادلة العمودي هى س + ٣ص = ٥ ميل العمودي = $\frac{\text{- معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $-\frac{١}{٣}$

∴ ميل المماس عند النقطة (٢ ، ١) = ٣

السؤال السادس والستون

اذا كان المماس للمنحنى س^{٢} - ص^{٢} =١٦ يمر بالنقطة (٢ ، -٢) أوجد معادلة هذا المماس

========== الحل ==========

∵ النقطة لا تحقق معادلة المنحنى ∴ فهى ليست نقطة التماس ∴ نفرض نقطة التماس (أ، ب)

∵ س^{٢} -ص^{٢} =١٦ بالاشتقاق بالنسبة لـ س ∴ ٢س – ٢ص $\frac{د ص}{د س}$ = ٠ ∴ $\frac{د ص}{د س} = \frac{س}{ص} = \frac{أ}{ب}$

∴ معادلة المماس $\frac{ص + ٢}{س - ٢} = \frac{أ}{ب}$ ، ∵ نقطة التماس تحقق معادلة المماس ∴ $\frac{أ}{ب} = \frac{ب + ٢}{أ - ٢}$

∴ ب^{٢} + ٢ب = أ^{٢} -٢أ ∴ أ^{٢} - ب^{٢} =٢أ + ٢ب ⇐ (١)

∵ نقطة التماس تحقق معادلة المنحنى ∴ أ^{٢} - ب^{٢} = ١٦ ⇐ (٢)

من(١) ، (٢) ∴ أ + ب =٨ ⇐ (٣) من (٣) ∴ أ = ٨ – ب بالتعويض فى (٢)

∴ (٨- ب)^{٢} -ب^{٢} =١٦ ∴ ٦٤ -١٦ب + ب^{٢} -ب^{٢} =١٦ ∴ ب =٣ ∴ أ = ٥

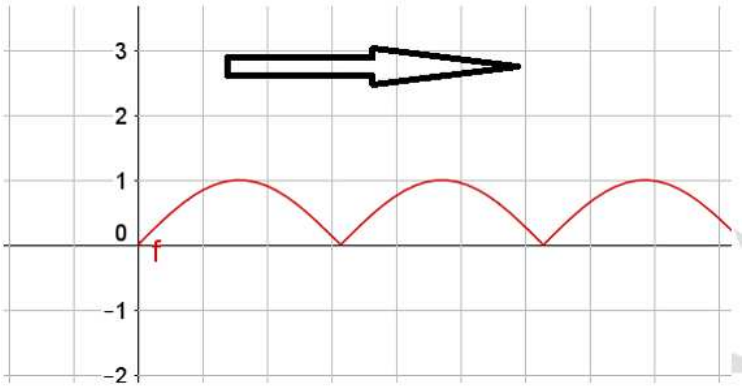
∴ يوجد نقطة التماس أ(٥، ٣) ∴ معادلة المماس هى $\frac{ص + ٢}{س - ٢} = \frac{٥}{٣}$ ∴ ٣ص = ٥س -١٦

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال السابع والستون

أوجد $\int_{0}^{\pi/10} |\text{حاس}|\, .\, \text{ؤس}$

========== الحل ==========



$$= 10 \int_{0}^{\pi/10} \text{جاس ؤس} = 10 \left[-\text{جتاس} \right]_{0}^{\pi/10}$$

$$= 20$$

السؤال الثامن والستون

اختر : إذا كانت د(س) = $\text{هـ}^{\text{لو هـ}(\text{س}^3 - 2\text{س} + 1)}$ فإن دَ (٠)= .....

(أ) -٤ (ب) -٢ (جـ) صفر (د) ٢

========== الحل ==========

تذكر أن $\text{هـ}^{\text{لو هـ س}} = \text{س}$

د(س) = $\text{هـ}^{\text{لو هـ}(\text{س}^3 - 2\text{س} + 1)} = \text{س}^3 - 2\text{س} + 1$

دَ (س) = $3\text{س}^2 - 2$

دَ (٠) = $3 \times 0 - 2 = -2$

السؤال التاسع والستون

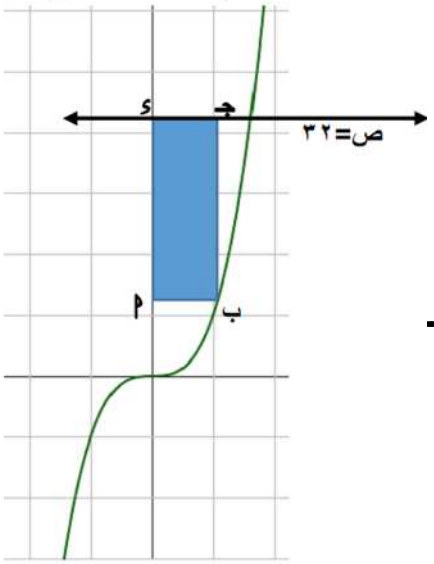
$$\text{نهـا}_{\text{س} \to \infty} \left(\frac{\text{س} + 5}{\text{س} + 3} \right)^{\text{س}} = ...$$

(أ) هـ (ب) هـ^2 (جـ) $\frac{1}{\text{هـ}}$ (د) $\frac{2}{\text{هـ}}$

========== الحل ==========

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال السبعون



في الشكل د(س) = س^{٣}

أوجد أكبر مساحة للمستطيل أب جـ ء

الحل

بفرض ب(س ، ص) تحقق معادلة المنحنى

∴ عرض المستطيل = س ، طوله = ٣٢ ـ ص = ٣٢ ـ س^{٣}

∴ مـ = س(٣٢ ـ س^{٣}) = ٣٢س ـ س^{٤} ∴ $\frac{ء م}{ء س}$ = ٣٢ ـ ٤س^{٣}

، $\frac{ء م}{ء س}$ = ـ١٢ س^{٢} بوضع $\frac{ء م}{ء س}$ = ٠ ∴ س = ٢ عظمى

∴ أكبر مساحة = ٣٢×٢ ـ ٤^{٢} = ١٦ وحدة مربعة

السؤال الحادي والسبعون

إذا كانت ص = ٤س حاس حتاس حتا٢س أوجد $\frac{ء ص}{ء س}$

========== الحل ==========

تذكر قبل الحل أن = حا٢س =٢حاس حتاس

ص = ٤س حاس حتا س حتا ٤س = ٢س × ٢حاس حتا س حتا٤س = ٢س حا٢س حتا٢س

ص= س حا٤س

$\frac{ء ص}{ء س}$ = س × ٤حتا٤س + حا٤س

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

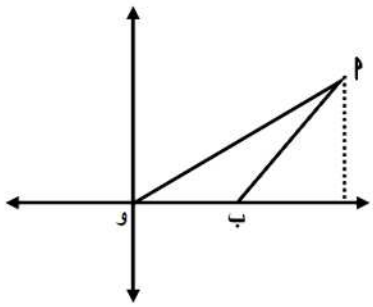
السؤال الثاني والسبعون

اذا كان ص = لو$_{هـ}$ س فإن $\frac{د^{١٠} ص}{د س^{١٠}}$ = ...

(أ) $\frac{\lfloor ٩}{-س^{١٠}}$ (ب) $\frac{\lfloor ١٠}{-س^{٩}}$ (جـ) $\frac{\lfloor ٩}{س^{١٠}}$ (د) $\frac{\lfloor ١٠}{س^{٩}}$

السؤال الثالث والسبعون

أ ب جـ مثلث رؤوسه النقط (٠ ، ٠) ، (٥ ، ٠) ، (٨ ، ٣) أوجد باستخدام التكامل حجم الجسم الناشئ من دوران سطح هذا المثلث دورة واحدة كاملة حول محور السينات



بفرض و(٠ ، ٠) ، ب(٥ ، ٠) ، أ(٨ ، ٣)

نوجد معادلة $\overleftrightarrow{أب}$ هى $\frac{ص - ٠}{س - ٥} = \frac{٠ - ٣}{٥ - ٨}$ ∴ ص = س - ٥

، نوجد معادلة $\overleftrightarrow{أو}$ هى $\frac{ص - ٠}{س - ٠} = \frac{٠ - ٣}{٠ - ٨}$ ∴ ص = $\frac{٣}{٨}$ س

∴ ح = $\pi \int_{٠}^{٨} \frac{٩}{٦٤} س^{٢} د س - \pi \int_{٥}^{٨} (س - ٥)^{٢} د س$ = ٢٤ π - $\frac{٩}{٢}\pi$ = ١٩,٥ π وحدة مكعبة

السؤال الرابع والسبعون

أوجد: $\int \frac{د س}{س - \sqrt[٣]{س}}$

========== الحل ==========

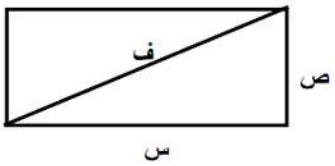
بفرض ص = $\sqrt[٣]{س}$ ∴ ص^{٣} = س ∴ ٣ص^{٢} د ص = د س

∴ $\int \frac{د س}{س - \sqrt[٣]{س}} = \int \frac{٣ص^{٢} د ص}{ص^{٣} - ص} = \int \frac{٣ص د ص}{ص^{٢} - ١} = \frac{٣}{٢} \int \frac{٢ص د ص}{ص^{٢} - ١} = \frac{٣}{٢}$ لـو$_{هـ}$ | ص^{٢} - ١ | + ث

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

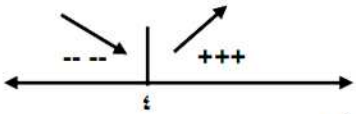
السؤال الخامس والسبعون

مستطيل مساحته ١٦ سم^{٢} أوجد بعديه عندما يكون طول قطره أصغر ما يمكن



س ص = ١٦ ∴ ص = $\frac{١٦}{س}$ ∵ س^{٢} + ص^{٢} = ف^{٢}

∴ ف^{٢} = س^{٢} + ١٦س$^{-٢}$ ∴ $\frac{د ف}{د س}$ = ٢س - ٣٢س$^{-٣}$



بوضع $\frac{د ف}{د س}$ = ٠ ∴ س = ٤ ، ص = ٤

∴ بعدى المستطيل ٤ سم ، ٤سم يكون عندها القطر اصغر ما يمكن

السؤال الخامس والسبعون

$\int \frac{١}{س - ٢}$ د س = ... (٢ ، لـو$_{هـ}$ ٢ ، لـو$_{هـ}$ | س − ٢ | + ن ، غير ذلك)

========== الحل ==========

نلاحظ ان الدالة غير متصلة عند س = ٢ ∋ [٠ ، ٤] وشرط لايجاد التكامل أن تكون الدالة متصلة

∴ الاختيار الصواب غير ذلك

السؤال السادس والسبعون

أوجد $\lim_{س \to ٠}$ (٢ + س)$^{\frac{١}{س}}$

========== الحل ==========

ليست على الصورة المعتادة ولايمكن وضعها عليها لذلك نبحث النهاية اليمنى واليسرى

$\lim_{س \to ٠^{+}}$ (٢ + س)$^{\frac{١}{س}}$ = (٠ + ٢)$^{\frac{١}{٠^{+}}}$ = ٢$^{\infty}$ = ∞ ، $\lim_{س \to ٠^{-}}$ (٢ + س)$^{\frac{١}{س}}$ = (٠ + ٢)$^{\frac{١}{٠^{-}}}$ = ٢$^{-\infty}$ = ٠

∴ د(٠$^{+}$) ≠ د(٠$^{-}$) ∴ النهاية غير موجودة

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال السابع والسبعون

أوجد $\int \frac{هـ^{٢س}+١}{هـ^{-س}+١}$ د س

========== الحل ==========

بفرض ص = $هـ^{س}$ ∴ د ص = $هـ^{س}$ د س

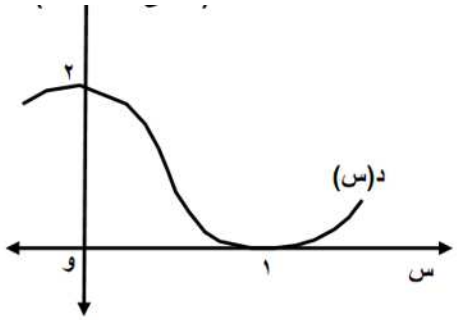
$$\int \frac{هـ^{٢س}+١}{هـ^{س}+١} \times هـ^{س}\,د س = \int \frac{ص^{٢}+١}{ص+١} \times د ص = \int \frac{ص^{٢}-١+٢}{ص+١} \times د ص$$

$$= \int \frac{ص^{٢}-١}{ص+١} \times د ص + \int \frac{٢}{ص+١} \times د ص = \int (ص-١)\,د ص + \int \frac{٢}{ص+١} \times د ص$$

$$= \frac{١}{٢}ص^{٢} - ص + ٢ لـو_{هـ} | ص+١ | + ن = \frac{١}{٢}هـ^{٢س} - هـ^{س} + ٢ لـو_{هـ} | هـ^{س}+١ | + ن$$

السؤال الثامن والسبعون

فى الشكل المقابل



أوجد $\int_{١}^{٢} [د(س)]^{٢}\, د'(س)$ د س

$$= \left[\frac{١}{٣}[د(س)]^{٣}\right]_{١}^{٢} = \frac{١}{٣}[[د(١)]^{٣} - [د(٠)]^{٣}] = \frac{١}{٣}[[د(١)]^{٣} - [د(٠)]^{٣}] = -\frac{٨}{٣}$$

السؤال التاسع والسبعون

إذا كان د(٢س) = $س^{٢}$ + س فأوجد د' (١)

الحل

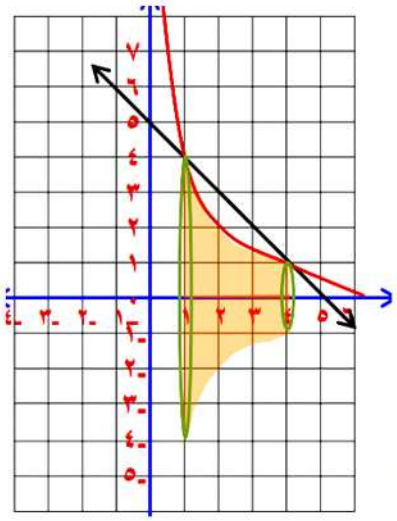
د' (٢س) × ٢ = ٢س + ١ ⟵ د' (٢س) = $\frac{٢س+١}{٢}$ ⟵ د' (١) = $\frac{١+١}{٢}$ = ١

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الثمانون

أوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيين ص= $\frac{٤}{س}$ ، ص=٥ – س

دورة كاملة حول محور السينات



الحل

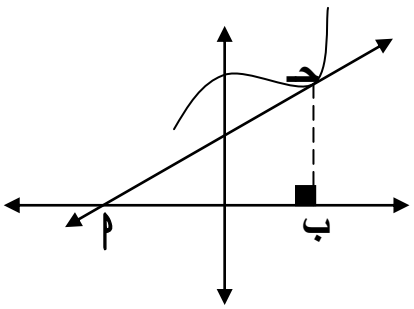
بحل المعادلتين ∴ $\frac{٤}{س}$ = ٥-س ∴ س^{٢} -٥س + ٤= ٠

∴ س =٤ أ، ١

∴ ح = $\pi \int_{١}^{٤} \left[(٥-س)^{٢} - (\frac{٤}{س})^{٢} \right] د س$

= $\pi \int_{١}^{٤} \left[٢٥ - ١٠س + س^{٢} - ١٦ س^{-٢} \right] د س$ = ٩ π وحدة مكعبة

السؤال الحادي والثمانون



فى الشكل المقابل : إذا كان المستقيم ل مماساً للدالة د عند النقطة حـ

يقطع محمور السينات فى النقطة أ (-٤ ، ٠) وكانت ب(٤ ، ٠)

وكان د(٤) + د َ (٤) = ٩ فأوجد مساحة Δ أ ب حـ

الحل

د(٤) = ب حـ ، د َ (٤) = ميل المماس = طا (ب أ حـ) = $\frac{ب حـ}{أب}$ = $\frac{ب حـ}{٨}$

د(٤) + د َ (٤) = ٩

ب حـ + $\frac{ب حـ}{٨}$ = ٩ $\frac{٩ب حـ}{٨}$ = ٩ ب حـ = ٨

مساحة Δ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٨ = ٣٢

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

السؤال الثاني والثمانون

أوجد معادلتي المماسين للمنحنى ص= س^{٣} – ٣س + ٥ والعمودين على المستقيم س + ٩ص = ١

========== الحل ==========

ميل المماس $\frac{ص}{س}$ = ٣س^{٢} – ٣ ، ميل المستقيم المعطى = - $\frac{١}{٩}$

ميل المماس = ٩

٣س^{٢} – ٣ = ٩ ٣س^{٢} = ١٢ س^{٢} = ٤ س = ± ٢

نقطتا التماس هما (-٢ ، ٣) & (٢ ، ٧)

معادلتا المماسين هما ص – ٩س + ١١ = ٠ ، ص – ٩س – ٢١ = ٠

السؤال الثالث والثمانون

إذا كان المماس للمنحنى س^{٢} + ص^{٢} = ٥٠ يصنع مثلثاً متساوي الساقين مع محوري الاحداثيات في الربع الأول فأوجد معادلة هذا المماس

========== الحل ==========

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

موقع الدكتور محمد رزق التعليمي

امسح الباركود بالموبيل لتثبيت التطبيق وتحميل كل الملازم مجانا وبسرعه

MR

حمل التطبيق الأن

GET IT ON Google Play

ملازم ابتدائي | ملازم اعدادي | ملازم ثانـــوي | كورسات ونتائج امتحانات

موقع الدكتور محمد رزق
Dr.MoRizK